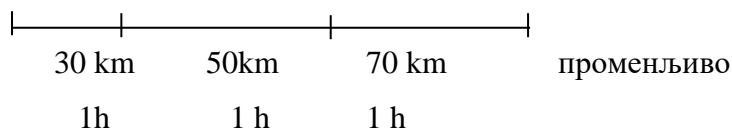
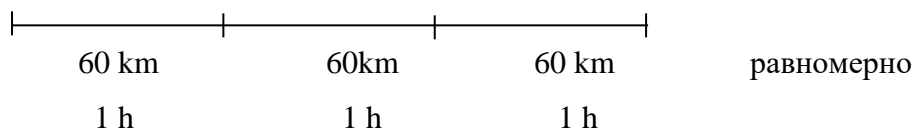


РАВНОМЕРНО И РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ



Кретање је равномерно ако тело по правој путањи прелази једнаке путеве у једнаким временским интервалима.

Брзина се израчунава када се пређени пут подели са временом кретања тела.

$$v = \frac{s}{t}$$

Брзина је бројно једнака пређеном путу у јединици времена.

Брзина је сразмерна пређеном путу, а обрнуто сразмерна времену.

Јединица за брзину:

$$\frac{m}{s} \quad \text{метар у секунди}$$

Тело се креће брзином $1 \frac{m}{s}$ ако сваке секунде пређе пут од 1 m.

У саобраћају се најчешће користи јединица за мерење брзине **километар на час** $\frac{km}{h}$.

Пређени пут: $s = vt$ Време кретања тела: $t = \frac{s}{v}$

График зависности брзине од времена код равномерног праволинијског кретања

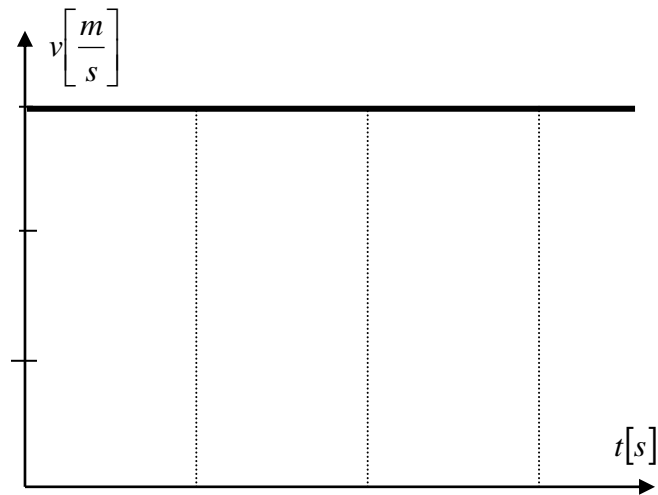
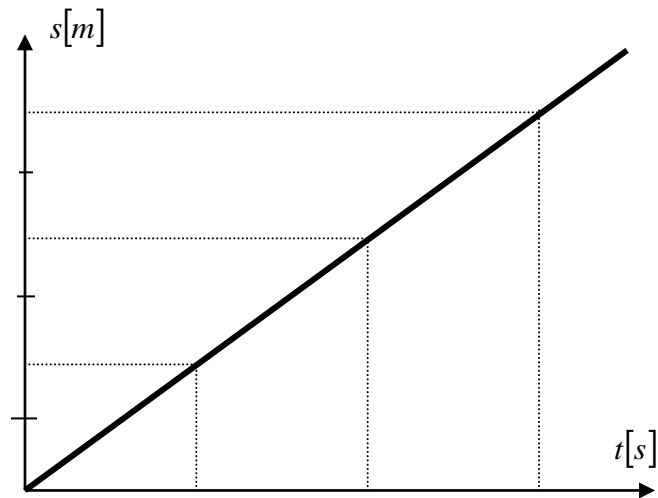


График зависимости пређеног пута од времена код равномерног праволинијског кретања



Тело се креће променљиво ако у једнаким временским интервалима прелази различите путеве. **Равномерно променљиво кретање** је променљиво кретање код кога се **брзина равномерно мења** (повећава или смањује).

На пример: у току сваке секунде кретања брзина се повећава за исту вредност.

- брзина се равномерно увећава – **равномерно убрзано кретање**
- брзина се равномерно смањује – **равномерно успорено кретање**

Код равномерно убрзаног кретања брзина и убрзање имају исти смер. У току кретања брзина се повећава.

пример:

- почетном тренутку (почетак мерења времена $t_1=t_0=0$) одговара брзина v_0 ($v_1=v_0$) такозвана почетна брзина
- мерење времена се завршава у тренутку t ($t_2=t$) када је брзина кретања v ($v_2=v$)

Ако је $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ тада је $\Delta v = a\Delta t$

примењено на овај пример:

$$\Delta v = v - v_0 \qquad \Delta t = t - 0 = t$$

након замене у претходну једначину за промену брзине:

$$v - v_0 = at$$

$$v = v_0 + at$$

тренутна брзина равномерно убрзаног кретања са почетном брзином

када тело полази из мировања – почетна брзина је једнака нули

$$v_0 = 0$$

$$v = 0 + at$$

$$v = at$$

тренутна брзина равномерно убрзаног кретања без почетне брзине

Код равномерно успореног кретања брзина и убрзање имају супротан смер, у току кретања брзина се смањује.

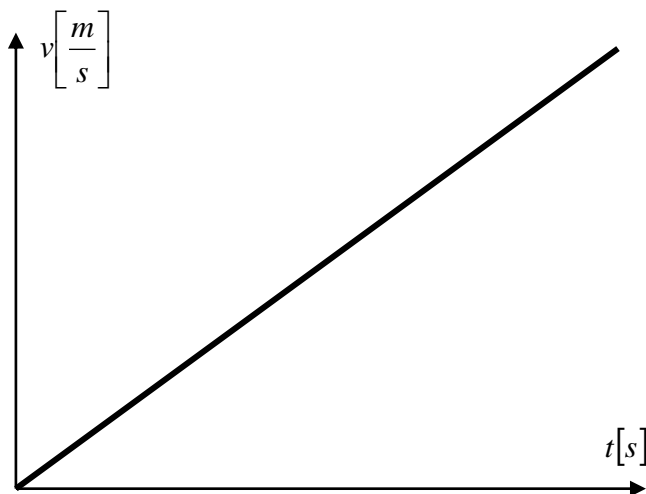
Брзина се смањује – убрзање се узима са знаком минус

$$v = v_0 - at$$

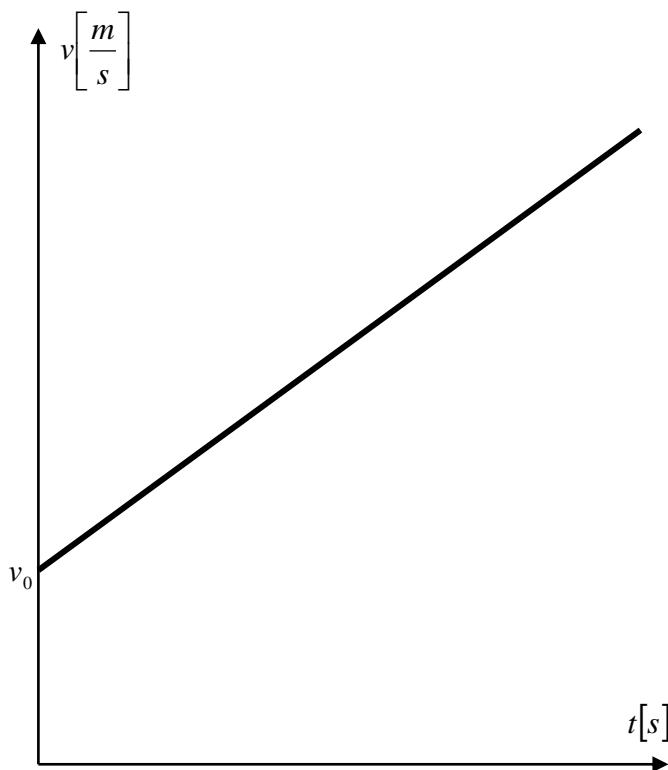
тренутна брзина равномерно успореног кретања

График зависимости скорости от времени при равномерно переменном прямолинейном движении

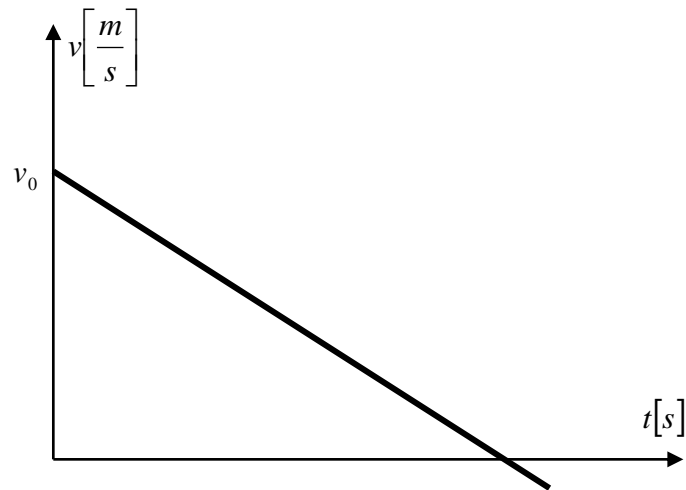
- ускорено без начальной скорости



- ускорено с начальной скоростью



- замедлено



Код равномерно променљивог праволинијског кретања брзина се мења равномерно, па средња брзина може да се израчуна по формули:

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$$

где је:

v_{sr} – средња брзина

v_0 – почетна брзина

v – тренутна брзина

ако се у ову формулу замени тренутна брзина $v = v_0 + at$

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2}$$

$$v_{sr} = \frac{2v_0 + at}{2}$$

$$v_{sr} = \frac{2v_0}{2} + \frac{at}{2}$$

$$v_{sr} = v_0 + \frac{at}{2}$$

пређени пут је једнак производу средње брзине и протеклог времена:

$$s = v_{sr} t$$

ако се у ову формулу замени претходно изведена формула за средњу брзину, добија се:

$$s = \left(v_0 + \frac{at}{2} \right) t$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

пређени пут код убрзаног кретања **са почетном брзином**

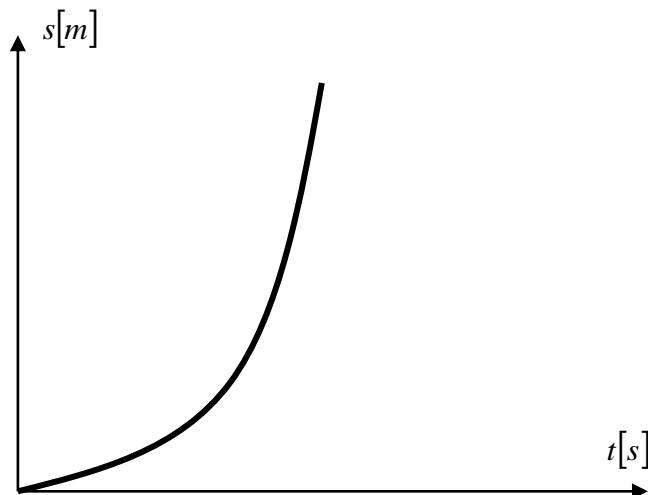
- **без почетне брзине**

$$s = \frac{at^2}{2}$$

- **успорено**

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

График зависности пређеног пута од времена код равномерно променљивог праволинијског кретања



Веза брзине и пређеног пута:

$$v = v_0 + at \quad \rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a}$$

заменом у

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

- без почетне брзине

$$v^2 = 2as$$

- успорено

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

ФИЗИЧКА ВЕЛИЧИНА		ОСНОВНА ЈЕДИНИЦА	
НАЗИВ	ОЗНАКА	НАЗИВ	ОЗНАКА
пређени пут	s	метар	m
време	t	секунда	s
брзина	v	метар у секунди	$\frac{m}{s}$

	Брзина	Пређени пут	Брзина – пређени пут
убрзано без почетне брзине	$v = at$	$s = \frac{at^2}{2}$	$v^2 = 2as$
убрзано са почетном брзином	$v = v_0 + at$	$s = v_0t + \frac{at^2}{2}$	$v^2 = v_0^2 + 2as$
успорено	$v = v_0 - at$	$s = v_0t - \frac{at^2}{2}$	$v^2 = v_0^2 - 2as$

v - тренутна брзина	s - пређени пут	a - убрзање
v_0 - почетна брзина	t - време	

$$s = v_{sr}t$$

$$s = \frac{v_0 + v}{2}t$$

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \frac{v - v_0}{a}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$2as = v^2 - v_0^2$$

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{a}{2} \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$s = \frac{vv_0 - v_0^2}{a} + \frac{a}{2} \frac{v^2 - 2vv_0 + v_0^2}{a^2}$$

$$s = \frac{2vv_0 - 2v_0^2}{2a} + \frac{v^2 - 2vv_0 + v_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{2vv_0 - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$2as = v^2 - v_0^2$$

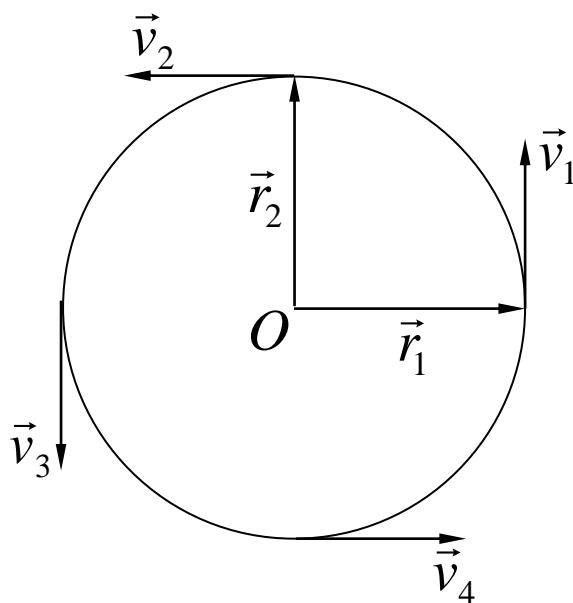
РАВНОМЕРНО КРУЖНО КРЕТАЊЕ МАТЕРИЈАЛНЕ ТАЧКЕ

Најједноставнији облик криволинијског кретања материјалне тачке је кружно кретање. У свакој тачки путање правац тренутне брзине се поклапа са тангентом на путању. Вектор брзине и радијус вектор су међусобно нормални ($\vec{v} \perp \vec{r}$).

Врсте кружног кретања:

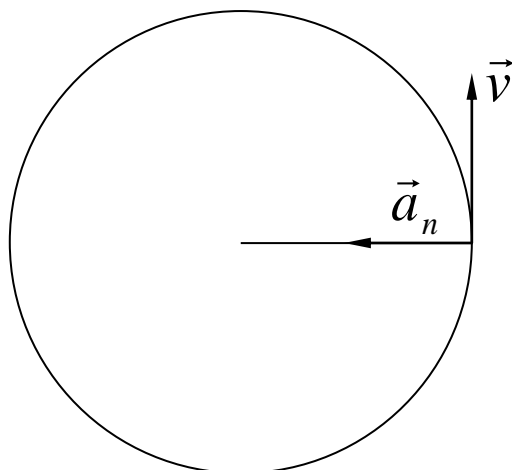
- **равномерно кружно кретање** – интензитет брзине се не мења
- **променљиво кружно кретање** – интензитет брзине се мења

Ако се материјална тачка креће по кружници брзином сталног интензитета, такво кретање се назива равномерно кружно кретање.

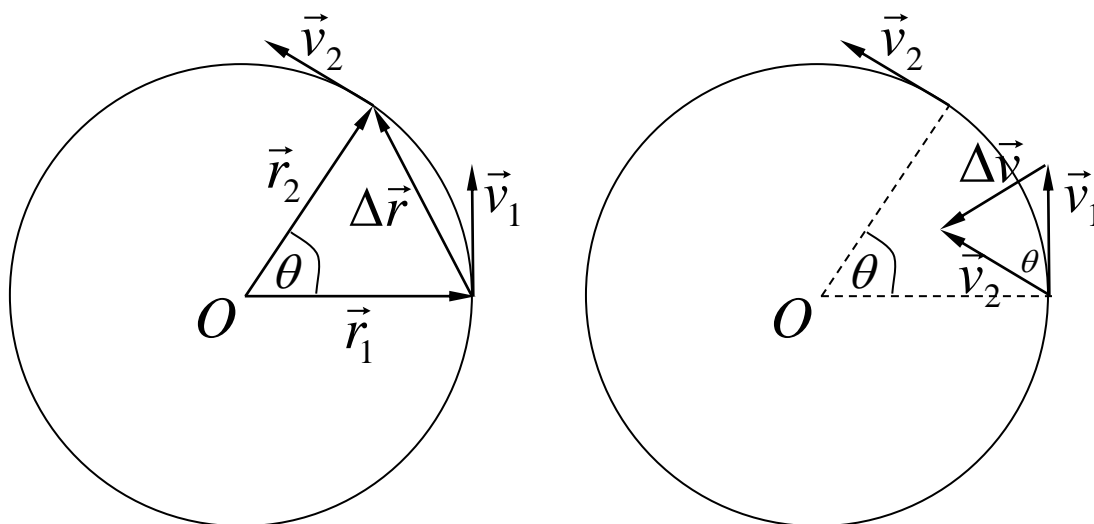


Пошто је при равномерном кружном кретању бројна вредност (интензитет) брзине стална, тангенцијално убрзање је једнако нули. Међутим, непрекидно се мења правац брзине, па постоји нормално убрзање.

Правац нормалног убрзања се поклапа са полупречником кружнице, а смер је увек ка центру кружнице, па се зато назива и **радијално** односно **центрипетално убрзање**.



За временски интервал $\Delta t = t_2 - t_1$ материјална тачка направи померај $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Брзина материјалне тачке у тренутку t_1 је \vec{v}_1 , а у тренутку t_2 је \vec{v}_2 ($\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2; v_1 = v_2$).



Тренутно убрзање се дефинише као промена брзине у бесконачно малом временском интервалу.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \Delta t \rightarrow 0$$

Пошто код равномерно кружног кретања материјална тачка има само нормално односно центрипетално убрзање, можемо да напишемо:

$$\vec{a}_c = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_c = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Труглови које формирају вектори $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \Delta \vec{v}$ и $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \Delta \vec{r}$ су слични – једнакокраки троуглови који имају над основицом исти угао. На основу сличности троуглова може да се напише да је:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \quad \rightarrow \quad \Delta v = \frac{v \Delta r}{r}$$

$$a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_c = \frac{v \Delta r}{r \Delta t}$$

пошто је $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ за $\Delta t \rightarrow 0$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Интензитет центрипеталног убрзања је сразмеран квадрату брзине материјалне тачке, а обрнуто сразмеран полупречнику путање по којој се материјална тачка креће.

Кретање које се после одређеног времена понавља на исти начин назива се **периодично кретање**. Најједноставнија периодична кретања су равномерно кружно кретање и осцилаторно кретање. Величине којима се описује периодично кретање су **период** и **фреквенција**.

За кружно кретање, период је време за које материјална тачка једном обиђе кружницу.

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t \rightarrow T$$

$$s \rightarrow O = 2r\pi$$

$$T = \frac{2r\pi}{v}$$

Фреквенција:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{v}{2r\pi}$$

Јединица за фреквенцију је херц (Hz).

$$1\text{Hz} = \frac{1}{1\text{s}}$$

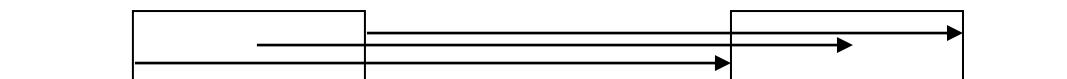
РОТАЦИОНО КРЕТАЊЕ ТЕЛА

При транслаторном кретању сви делићи једног тела се крећу на исти начин (прелазе једнаке путеве за исто време, једнаке су им брзине, односно убрзања) због чега се кретање тела под одређеним условима може заменити кретањем материјалне тачке. При ротационом кретању тела не крећу се сви деличи тела на исти начин због чега је немогуће било кад апри ротационом кретању представити тело као материјалну тачку. При ротационом кретању сви делићи тела се крећу по кружним путањама а равни тих путања су међусобно паралелне, док центри тих кружних путања леже на једној правој која се назива **оса ротације**. Код обе врсте поменутих кретања подразумева се да тело не мења облик при кретању (такво тело се назива круто тело). У супротном поменуте тврдње не би важиле.

Круто тело – тело које има сталан облик и запремину (приликом кретања не мења ни облик ни запремину). Круто тело може да се посматра као да је састављено од великог броја ситних делова који су обележени тачкама.

Транслаторно кретање

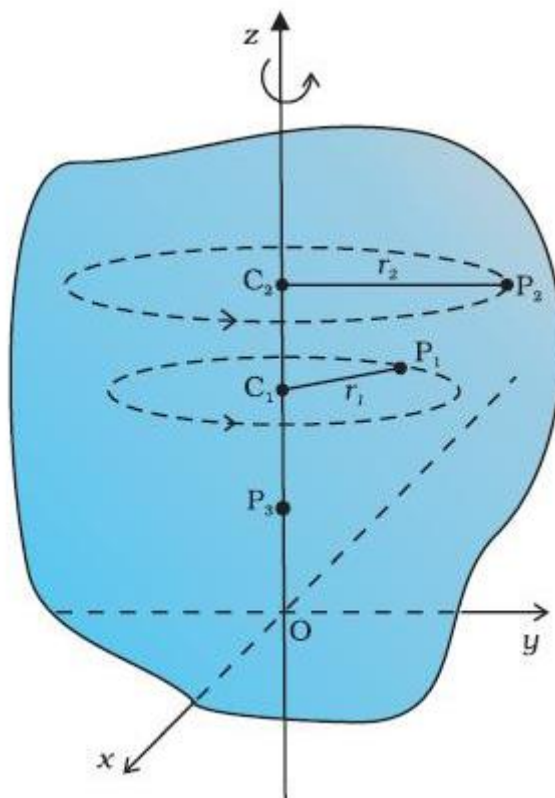
- при кретању крутог тела сви његови делићи крећу се на исти начин и описују исте путање
- путање тачака су паралелне
- за исто време прелазе исте путеве – брзине су им исте
- у случају променљивог кретања иста су и убрзања свих делића тела
- кретање крутог тела произвољног облика и димензија може да се посматра као кретање материјалне тачке
- величине које описују ово кретање: померај, пређени пут, брзина, убрзање



Ротационо кретање

- делићи крутог тела се крећу по кружним путањама, а све те кружнице леже у равнима које су међусобно паралелне

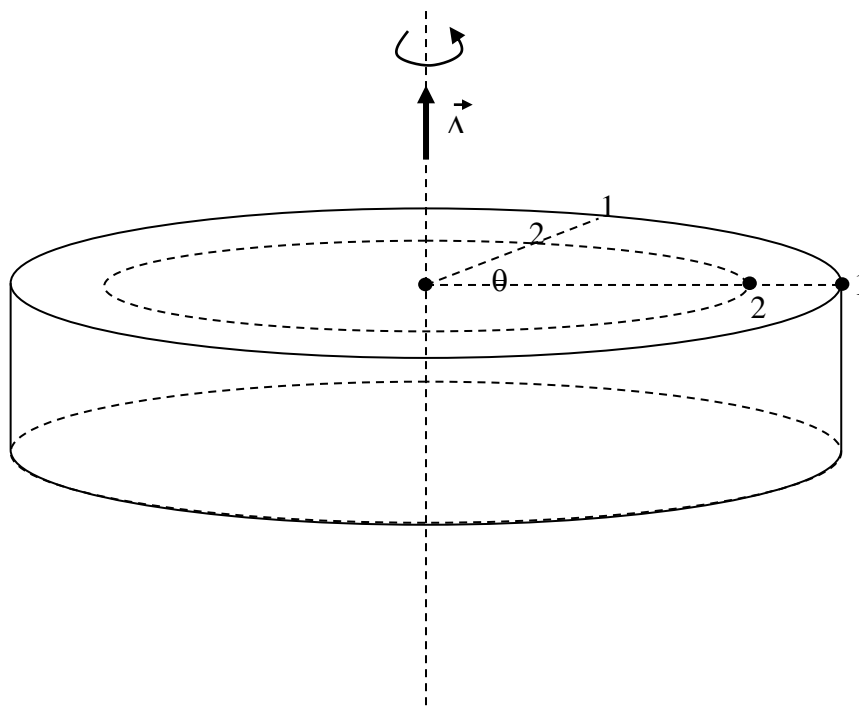
- оса ротације – права којој припадају центри свих кружница (може да пролази кроз тело, а може бити и изван тела)



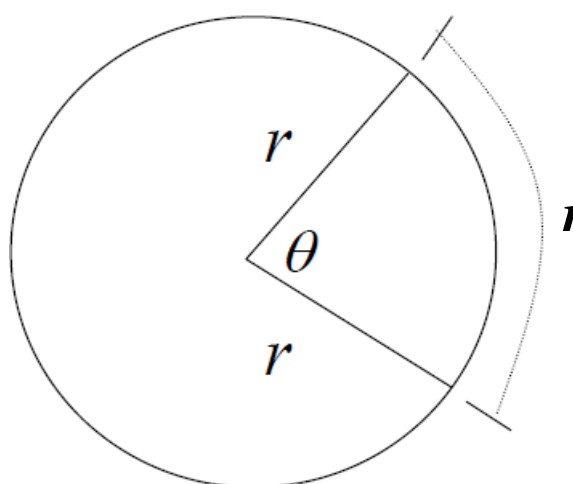
Физичке величине којима се описује ротационо кретање

Када тело ротира, различите тачке тела за исто време прелазе различите путеве. Најдужи пут прелазе тачке које су највише удаљене од осе ротације. Пређени пут тачака које се налазе на осе ротације је једнак нули. Исто важи и за помераје појединих тачака крутог тела. Пошто су различити пређени путеви односно помераји, различите су им брзине. Ако се тело креће променљиво, различите су промене брзине појединих делића за исто време, тако да су из различита и убрзања. На основу овога може да се закључи да је за описивање ротационог кретања потребно увести нове физичке величине.

Сви делићи за исто време опишу исти угао и направе исти **угаони померај**.



Тачке 1 и 2 се налазе на различитим растојањима од осе ротације. За исто време прелазе различите путеве и имају различите помераје. Радијус вектори тачака 1 и 2 за исто време опишу исти угао. **Описани угао** представља физичку величину којом се описује ротационо кретање. На основу описаног угла дефинише се **угаони померај**. Угаони померај је векторска величина. Интензитет вектора угаоног помераја једнак углу који опише вектор положаја, његов правац се поклапа са осом ротације а смер је такав да се може одредити правилном десне руке (ако десну руку поставимо тако да савијени прсти показују смер ротације, тада палац показује смер угаоног помераја). Јединица за угаони померај и описани угао је **радијан (rad)**.



Ако је дужина лука једнака дужини полупречника кружнице ($l = r$) тада је

$$\theta = 1rad$$

Пун угао изражен у радијанима:

$$\theta = \frac{l}{r} \quad l = 2r\pi$$

$$\theta = \frac{2r\pi}{r} rad$$

$$\theta = 2\pi rad$$

Веза: степени-радијани

$$\text{пун угао:} \quad \theta = 360^{\circ} \quad \theta = 2\pi rad$$

$$1rad = \frac{360^{\circ}}{2\pi}$$

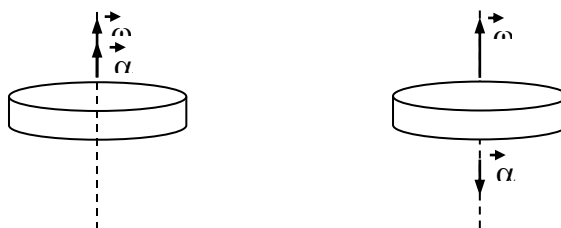
$$1rad = 57,32^{\circ}$$

Угаона брзина (ω) је физичка величина којом се описује брзина ротације крутог тела.

При трансаторном кретању све тачке тела прелазе једнаке путеве за исто време тј. имају исту брзину. Када тело ротира његове тачке немају исте брзине, јер тачке ближе оси су спорије, док су тачке удаљеније од осе брже. Зато је немогуће рећи колика је брзина тог тела, јер се такав податак не би односио на сваку његову тачку. Међутим све тачке тела пређу исти угао за исто време тј. све тачке тела имају исту угаону брзину. Зато се у ротацији уместо брзине користи угаона брзина. Правац вектора угаоне брзине је на оси ротације тела, а његов смер је одређен правилом десне руке.

Угаоно убрзање (α) је физичка величина којом се описује промена угаоне брзине код променљивог ротационог кретања. Смер вектора угаоног убрзања зависи од промене угаоне брзине. Ако угаона брзина расте, смер угаоне брзине и угаоног

убрзања се поклапају. Ако угаона брзина опада, угаоно убрзање има супротан смер у односу на угаону брзину.



За описивање транслаторног кретања користе се физичке величине које се називају **линијске кинематичке величине**, док се за описивање ротационог кретања користе физичке величине које се називају **угаоне кинематичке величине**.

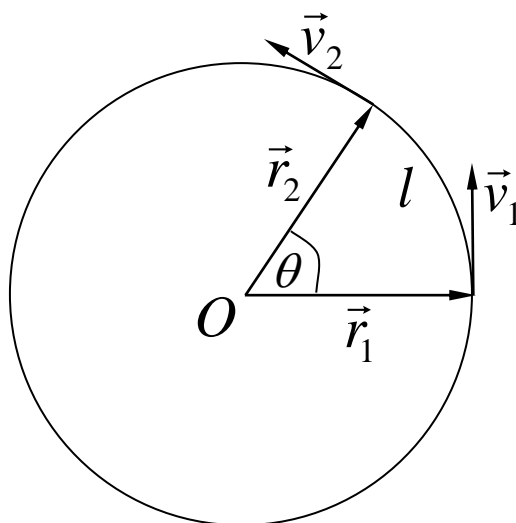
Између линијских и угаоних величина постоји аналогија.

Транслаторно кретање		Ротационо кретање	
физичка величина	јединица	физичка величина	јединица
померај ($\Delta \vec{r}$)	m	угаони померај ($\Delta \vec{\theta}$)	rad
пређени пут (s)	m	описани угао (θ)	rad
брзина $\left(\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \Delta t \rightarrow 0 \right)$	$\frac{m}{s}$	угаона брзина $\left(\vec{\omega} = \frac{\Delta \vec{\theta}}{\Delta t}, \Delta t \rightarrow 0 \right)$	$\frac{rad}{s}$
убрзање $\left(\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \Delta t \rightarrow 0 \right)$	$\frac{m}{s^2}$	угаоно убрзање $\left(\vec{\alpha} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}, \Delta t \rightarrow 0 \right)$	$\frac{rad}{s^2}$

Транслаторно кретање	Ротационо кретање
равномерно праволинијско кретање	равномерно ротационо кретање
$v = \frac{s}{t}$	$\omega = \frac{\theta}{t}$
равномерно променљиво праволинијско кретање	равномерно променљиво ротационо кретање
$v = v_0 \pm a \cdot t$	$\omega = \omega_0 \pm \alpha \cdot t$
$v_{sr} = v_0 \pm \frac{a \cdot t}{2}$	$\omega_{sr} = \omega_0 \pm \frac{\alpha \cdot t}{2}$
$s = v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$	$\theta = \omega_0 \cdot t \pm \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$
$v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot s$	$\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2 \cdot \alpha \cdot \theta$

Веза између транслаторних и ротационих (линијских и угаоних) физичких величина

Посматрамо равномерно кружно кретање материјалне тачке.



$$v_1 = v_2 = v$$

$$r_1 = r_2 = r$$

Описани угао (изражен у радијанима) једнак је количнику дужине лука и полупречника:

$$\theta = \frac{l}{r}$$

Дужина кружног лука једнака је пређеном путу који тачка пређе за одређени временски интервал: $l = s$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

када се и лева и десна страна поделе временским интервалом (t) потребним да материјална тачка пређе пут s

$$\frac{\theta}{t} = \frac{s}{rt}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$v = \omega r$$

Равномерно ротационо кретање је периодично кретање¹. Период ротационог кретања је време за које се изврши једна пуна ротација.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\theta = 2\pi \qquad t = T$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

пошто је: $f = \frac{1}{T}$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Уместо назива угаона брзина понекад се користи назив угаона фреквенција.

Ако је кретање материјалне тачке равномерно променљиво кружно кретање:

тангенцијално убрзање

нормално убрзање

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_t = \frac{r \cdot \omega_2 - r \cdot \omega_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_t = r \cdot \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_t = r \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$a_t = r\alpha$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

$$a_n = \frac{(r\omega)^2}{r}$$

$$a_n = \frac{r^2 \omega^2}{r}$$

$$a_n = r\omega^2$$

¹ Кретање које се после одређеног времена понавља на исти начин назива се периодично кретање.